

**АЛГОРИТМ РАСЧЁТА НЕРАВНОВЕСНОСТИ
ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
В НАЧАЛЬНОЙ ТОЧКЕ ВСКИПАНИЯ**

Отримано співвідношення для оцінки часу утворення мікропузирьків-зародишей при вскипанні води. Зроблено припущення кінетичного характеру щодо начального етапу вскипання. Ця гіпотеза дозволяє розрахувати температурну нерівноважність між фазами, що потрібно для вибору оптимальної форми сопла гідропарової турбіни (ГПТ).

**THE CALCULATED PROCEDURE FOR DETERMINATION OF
THERMODYNAMICS NONEQUILIBRIUM IN INITIAL POINT
OF BOILING**

Relationship for formation's time of nuclens-microbubbles in onset of water's boiling was derived. Kinetic hypothesis about initial point of water's boiling was made. Temperature's nonequilibrium between phases can calculate by this hypothesis. It is necessary for choice of the effective shape of the hydrovapour turbine's (HVT) nozzle.

1. Постановка проблемы в общем виде и её связь с важными научными и практическими задачами. Полезное использование энергии источников низкопотенциального тепла – важная научно-техническая задача. В качестве одного из перспективных вариантов её решения предложена установка с гидропаровой турбиной (ГПТ) [1,2]. Рабочий процесс ГПТ – вскипание воды в потоке при понижении давления ниже давления насыщения p_s [3] без подвода тепла. Вскипание и конденсация – взаимобратные фазовые переходы первого рода в системе «пар и его жидкость». Имея в виду приложение к ГПТ для определённости будем в дальнейшем говорить о системе «водяной пар-вода».

При расчёте конструкции сопел ГПТ необходимо знать перепад температур $(\Delta T)_m = T'_m - T''_m$ между водой и паром (температурную неравновесность) в минимальном сечении, где начинается вскипание путём образования зародышей пара в метастабильной воде. Эту величину затем необходимо использовать в качестве граничного условия для расчёта течения на диффузорном участке сопла.

Научная проблема состоит в том, что при расчёте динамики фазового перехода применительно к соплу ГПТ необходимо знать среднее время образования микропузырьков-зародышей новой паровой фазы при вскипании, что позволит с учётом некоторого предположения вычислить $(\Delta T)_m$ и перепад давлений $(\Delta p)_l$ между фазами (неравновесность давления).

2. Анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение научной проблемы. Ранее для оценки среднего времени образования зародышей рассматривался [4–8] процесс конденсации, когда в метастабильном паре (vapour) образуются сферические микрокапельки-зародыши жидкости (liquid), последние результаты представлены в [9]. При изучении этого вопроса для конденсации применялась модель, основанная на особенностях молекуляр-

ного движения в водяном паре (исходной фазе при конденсации). Более определённо проблема заключается в том, что переносить эту модель на процесс вскипания воды будет не правильным из-за отличия характера молекулярного движения в воде (исходной фазе при вскипании) от пара.

Для пояснения модели образования зародышей напомним зависимость для времени образования зародышей при конденсации τ_{vl} от перепада давлений $\Delta p_v = p_v - p_s(T_{in})$, который инициирует фазовый переход [8]:

$$\tau_{vl}(\Delta p_v) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\pi k T_{in}}{m}} \cdot \frac{\rho''(T_{in}) \cdot \sigma(T_{in})}{p_v [p_v - p_s(T_{in})]} \quad , \quad (1)$$

где $\rho'(T_{in})$ и $\rho''(T_{in})$ – плотность воды и пара соответственно в состоянии насыщения при начальной (initial) равновесной температуре T_{in} системы; $m = \mu_B / N_a$ – масса одной молекулы воды; $\sigma(T_{in})$ – поверхностное натяжение воды при температуре T_{in} ; $p_s(T_{in})$ – давление насыщенных паров воды при начальной (равновесной) температуре T_{in} ; $p_v > p_s(T_{in})$ – давление пара, которое перевело первоначально равновесную систему в метастабильное состояние.

При выводе (1) использовалась зависимость между критическим радиусом зародышей-микрокапель при конденсации R_{vl} и перепадом давления Δp_v , инициирующим фазовый переход [6]:

$$R_{vl}(\Delta p_v) = \frac{2\sigma(T_{in})}{[p_v - p_s(T_{in})]} \cdot \frac{\rho''(T_{in})}{\rho'(T_{in})} \quad . \quad (2)$$

Для получения зависимости (1) используют следующую модель [8]. Рассматривают сферический зародыш радиуса R_{vl} и определяют число молекул $N(R_{vl})$ воды в нём. По молекулярно-кинетической теории газов^{*)} число столкновений молекул за 1с с площадкой 1м^2 даётся известной формулой [8]:

$$\Omega_v = \frac{p_v}{\sqrt{2\pi m k T_{in}}} \quad . \quad (3)$$

Считается, что молекулы пара наполняют зародыш-микрокаплю воды путём пересечения её сферической поверхности. Тогда время образования зародыша-микрокапли критического радиуса будет:

$$\tau_{vl} = \frac{N(R_{vl})}{\Omega_v \cdot 4\pi R_{vl}^2} \quad . \quad (4)$$

^{*)} водяной пар (исходная фаза при конденсации) рассматривается как идеальный газ

Подстановка (3) и (2) в (4) дает зависимость (1). Концентрация зародышей в исходной фазе мала и микрокапли-зародыши растут независимо друг от друга, поэтому время роста одной микрокапли равно времени образования всего коллектива зародышей – микрокапель τ_{vl} .

3. Выделение нерешённых ранее частей общей проблемы, которым посвящается статья. Описанная модель, из которой следует (4), верна по своей сути и для вскипания. Но необходимо изменить значение Ω_v в соответствии с характером молекулярного движения в воде, которое определяет механизм наполнения зародыша-микропузырька при вскипании. Это позволит получить оценку среднего времени образования зародышей при вскипании и сформулировать замкнутый алгоритм для расчёта неравновесности термодинамических параметров при зародышеобразовании.

Перед формулировкой цели исследования отметим, что для вскипания зависимость критического радиуса зародышей-микропузырьков от перепада давлений $\Delta p_l = p_s(T_{in}) - p_l$, который перевёл первоначально равновесную систему в метастабильное состояние $R_{lv}(\Delta p_l)$ имеет вид [6] несколько отличающийся от (2), а именно:

$$R_{lv}(\Delta p_l) = \frac{2\sigma(T_{in})}{p_s(T_{in}) - p_l} \quad (5)$$

Сравнивая (2) и (5) видим, что при одном и том же перепаде давлений Δp , который инициирует фазовый переход, при конденсации критический радиус зародышей в $\rho''(T_{in})/\rho'(T_{in}) = \varepsilon(T_{in})$ раз меньше, чем при вскипании. Это обстоятельство будет учитываться в п.5 при оценке кинетической устойчивости фаз.

4. Цель исследования состоит в том, чтобы:

– получить зависимость для среднего времени образования зародышей при вскипании от перепада давления, инициирующего фазовый переход, с учётом особенностей молекулярного движения в исходной жидкой фазе;

– сформулировать дополнительное предположение, т.к. (5) содержит фактически две неизвестные величины, которое бы позволило составить замкнутый алгоритм расчёта неравновесности термодинамических параметров на стадии зародышеобразования;

– провести численные расчёты и сопоставление их результатов с экспериментальными данными.

5. Зависимость для оценки времени образования зародышей при вскипании. Характер молекулярного движения в жидкостях впервые предложен в систематизированном и обоснованном виде Я.И.Френкелем [4]. Кратко можно сказать, что движение молекул в жидкости (в частности в воде) носит диффузионный характер. Этим же движением и определяется процесс столкновения с поверхностью или пересечения воображаемой поверхности молекулами воды.

Для определения времени образования зародышей - микропузырьков при вскипании используем модель, описанную в п.2. Но необходимо с позиций

диффузионного характера молекулярного движения в воде оценить величину Ω_l – число столкновений молекул воды в 1 с с площадкой 1 м^2 . Здесь поступаем следующим образом.

Средний квадрат расстояния перемещения диффузионной частицы (в трёх-мерном пространстве) за время t определяется формулой:

$$\overline{r^2} = 6 \cdot D \cdot t, \quad (6)$$

где D – коэффициент самодиффузии молекул в воде.

Из (6) можно получить оценку средней скорости перемещения молекул воды по диффузионному механизму:

$$\overline{V} = \frac{\sqrt{6 \cdot D \cdot 1c}}{1c} = \sqrt{6 \frac{D}{1c}}. \quad (7)$$

Тогда среднее число молекул, которое сталкивается в воде за 1 с с единицей площади будет:

$$\Omega_l \sim \overline{V} \cdot \frac{\rho'(T_{in})}{m} = \frac{\rho'(T_{in}) \cdot N_a}{\mu_B} \cdot \sqrt{6 \frac{D}{1c}}. \quad (8)$$

В соответствии с общей методикой оценки времени образования зародышей (формула (4)) для вскипания получаем следующую зависимость:

$$\tau_{lv}(Ap_l) = \frac{2 \cdot \sigma(T_{in}) \cdot \rho''(T_{in}) \sqrt{1c}}{3 \cdot \sqrt{6D} \cdot \rho'(T_{in}) \cdot [p_s(T_{in}) - p_l]}, \quad (9)$$

где $p_l < p_s(T_{in})$ – давление воды, которое перевело первоначально равновесную систему в метастабильное состояние.

При выводе (9) использовалась зависимость (5).

Проведём сопоставление оценок времён образования зародышей при вскипании и конденсации при одних и тех же значениях перепада давления Δp , которое вызывает фазовый переход. Для этих расчётов термодинамические величины $p_s(T_{in})$, $\rho'(T_{in})$, $\rho''(T_{in})$, $\sigma(T_{in})$ берём по таблицам воды и водяного пара [3]. Данные о коэффициенте самодиффузии $D(383^\circ\text{К}) = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ молекул в воде при температуре $T_{in} = 383 \text{ }^\circ\text{К}$ (110°С) берём из книги [10]. Расчёт по формулам (1) и (9) ведём для начальной равновесной температуры $T_{in} = 383 \text{ }^\circ\text{К}$ системы, в которой будут происходить взаимобратные фазовые переходы. Результаты расчёта представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Оценка зависимости времени образования зародышей от перепада давления, инициирующего фазовый переход

Перепад давлений $\Delta p, 10^5 \text{ Па}$		0,018	0,14	0,42
конден- сация	$N(R_{vl})$	$2,2 \cdot 10^{10}$	$4,7 \cdot 10^7$	$1,8 \cdot 10^6$
	$R_{vl}, 10^{-8} \text{ м}$	5,50	0,71	0,24
	$\tau_{vl}, 10^{-7} \text{ с}$	40,55	5,20	1,73
вскипа- ние	$\tau_{lv}, 10^{-5} \text{ с}$	16,73	2,15	0,72
	$R_{lv}, 10^{-6} \text{ м}$	63,33	8,14	2,71
	$N(R_{lv})$	$2,9 \cdot 10^{16}$	$6,2 \cdot 10^{13}$	$2,3 \cdot 10^{12}$

Данные по конденсации в таблице 1 приведены для сопоставления с данными для вскипания при одном и том же начальном перепаде давлений при фазовом переходе и иллюстрации, тем самым, большей кинетической устойчивости жидкой фазы, чем паровой при взаимобратных фазовых переходах.

В п.6 предложен физический принцип для расчёта неравновесности термодинамических параметров в минимальном сечении сопла ГПТ с использованием зависимости (9).

6. Алгоритм расчёта неравновесности термодинамических параметров при зародышеобразовании в начале вскипания. Формула (5) фактически содержит две неизвестные величины и не позволяет определить начальный перепад (неравновесность) давления между фазами Δp_1 при вскипании и критический радиус R_{lv} зародышей. Необходимо ещё одно соотношение.

Для определения неравновесности давления при фазовом переходе предлагаем считать, что время τ_{lv} образования зародыша-микропузырька критического радиуса R_{lv} при данном Δp_1 (кинетическое время $\tau_{kin} = \tau_{lv}$) должно быть равно времени, затрачиваемом на создание $\Delta p_1 = p_s(T_{in}) - p_l$ гидродинамическим потоком (гидродинамическое время) и определяемом по уравнениям гидродинамики:

$$\tau_{kin} [p_s(T_{in}) - p_l] = \tau_{h/dyn} [p_s(T_{in}) - p_l] \quad . \quad (10)$$

При составлении уравнения (10) в левой части используется соотношение (9) из п.3. Для составления правой части уравнения (10) необходимо определить точку z на оси сопла в конфузорной части, где давление нагретой до T_{in} воды за счёт уменьшения проходного сечения и действия сил трения уменьшится до $p_s(T_{in})$. Затем принять момент прохождения частиц сплошной среды через точку z за начало отсчёта гидродинамического времени. Далее по уравнениям гидродинамики составить выражение для понижающегося от значения $p_s(T_{in})$ давления воды как функции гидродинамического времени: $p_l(\tau_{h/dyn})$. Зависимость обратная к последней образует правую часть уравнения (10).

Предположение, выражаемое уравнением (10), позволяет вычислить неравновесностью термодинамических параметров в начальной точке фазового перехода. Поскольку гидродинамический расчёт даёт понижающееся давление воды именно как функцию времени: $p_l(\tau_{h/dyn})$, то эту функцию целесообразно подставить сразу в (9). Получаем уравнение для вычисления τ_{lv} :

$$\tau_{lv} = \frac{2 \cdot \sigma(T_{in}) \cdot \rho''(T_{in}) \cdot \sqrt{1c}}{3 \cdot \sqrt{6D} \cdot \rho'(T_{in}) \cdot [p_s(T_{in}) - p_l(\tau_{lv})]} , \quad (11)$$

в котором учтено предположение, что $\tau_{h/dyn} = \tau_{lv}$.

Из (11) находим τ_{lv} и по этому значению из соотношения (9) находим $\Delta p_1 = p_s(T_{in}) - p_l$, т.е. значение неравновесности давления в начальной точке вскипания. Зная Δp_1 из (5) находим радиус (критический) R_{lv} зародышей находящихся в неустойчивом состоянии. Зародыши с $R > R_{lv}$ расширяются за счёт превышения давления пара в них по сравнению с давлением окружающей воды. Этот процесс, именуемый динамической стадией фазового перехода, описывается уравнением Рэлея и его модификациями [6]. Его итогом есть выравнивание давлений между фазами и формирование перепада температур $(\Delta T)_m$ между водой и паром за счёт его адиабатического расширения в микропузырьках при вскипании около минимального сечения сопла.

Учитывая, что в конце динамической стадии давления между фазами выравниваются, мы можем оценить значение $(\Delta T)_m$ (температурную неравновесность) по величине перепада температур, который соответствует перепаду давлений Δp по кривой $p_s(T)$ фазового равновесия между водой и паром [3]. Таков алгоритм определения неравновесности термодинамических параметров в начальной точке фазового перехода. На примере расчёта неравновесности термодинамических параметров в минимальном сечении сопла ГПТ покажем действие алгоритма.

7. Расчётный пример использования алгоритма. Для расчёта по уравнению (11) необходимо вычислить $p_l(\tau_{h/dyn})$. Задаём форму конфузорного участка сопла ГПТ в виде радиуса поперечного сечения $r(z)$ как функции продольной координаты z (рисунок 1):

$$r(z) = r_k - z/2 , \quad (12)$$

где $r_k = 0,015$ м – радиус выходного сечения конфузора, его диаметр $d_k = 2r_k$.

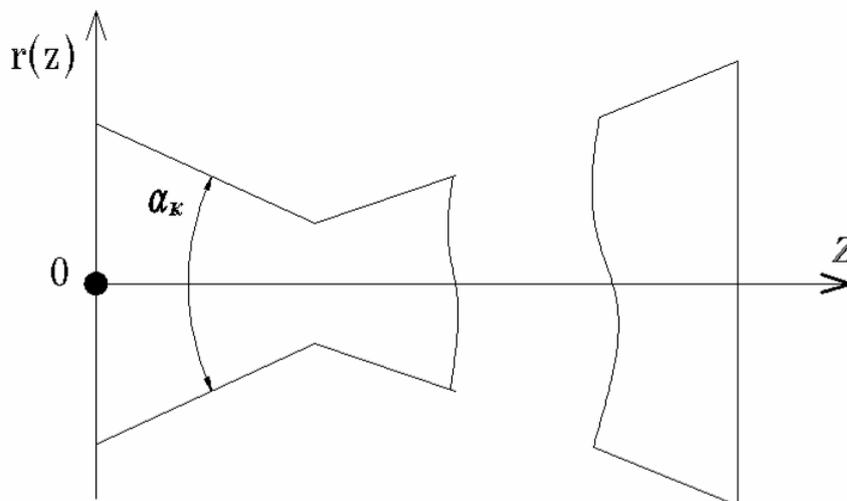


Рис.1 – Аналитическое задание формы конфузорного участка сопла ГПТ.

В (12) коэффициент $\frac{1}{2}$ при z выбран для удобства расчётов. Этот коэффициент соответствует центральному углу схождения конфузора $\alpha_k = 59,04^\circ$, т.к. $\text{tg}(29,52^\circ) \approx 0,5$.

В соответствии с известными уравнениями гидродинамики в одномерном приближении скорость воды на конфузоре участка сопла определяется функцией:

$$V(z) = \frac{G}{\rho'(T_{in}) \cdot S(z)} \quad (13)$$

где $G = 9 \text{ кг/с}$ – заданный расход рабочей среды;
 $\rho'(383^\circ\text{K}) = 950 \text{ кг/м}^3$ [3] – плотность воды при температуре $T_{in} = 383 \text{ }^\circ\text{K}$;

$$S(z) = \pi r^2(z) - \quad (14)$$

площадь поперечного сечения конфузора как функция z .

В сечении конфузора с координатой \bar{z} давление воды уменьшается до $p_s(T_{in})$ – давления насыщенных паров воды при температуре T_{in} . Координата \bar{z} вычисляется по уравнению:

$$p_s(T_{in}) = A(p_k, V_k) - \frac{\rho'(T_{in}) V^2(\bar{z})}{2}, \quad (15)$$

где $p_k = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ – давление во входном сечении конфузора, определяемое давлением насоса;

$$A(p_k, V_k) = p_k + \frac{\rho'(T_{in}) V_k^2}{2}; \quad (16)$$

$$V_k(G) = \frac{4 \cdot G_k}{\pi d_k^2 \cdot \rho'(T_{in})} = 13,4 \text{ м/с} - \quad (17)$$

скорость воды во входном сечении конфузора, определяемая массовой производительностью G_{pump} (кг/с) насоса, $G_{\text{pump}} = G_k$.

Соотношения (13) и (15) соответствуют заданию гидродинамических функций через эйлеровы переменные – координату фиксированной точки. Для расчёта по алгоритму необходимо знать давление $p_l(\tau_{h/dyn})$ как функцию времени прохождения частицы сплошной среды по конфузору, т.е. гидродинамические функции необходимо записать в лагранжевых переменных.

С этой целью запишем (13) как квадратное уравнение относительно z :

$$\frac{\rho'(T_{in}) \pi \cdot V}{4} z^2 - \rho'(T_{in}) \pi \cdot r_k \cdot V \cdot z + \rho'(T_{in}) \pi \cdot r_k^2 \cdot V - G = 0 \quad (18)$$

Уравнение (18) имеет два решения:

$$z_{1,2} = 2r_k \pm 2 \frac{\sqrt{\rho'(T_{in})\pi \cdot V \cdot G}}{\rho'(T_{in})\pi \cdot V} \quad (19)$$

Из двух решений выбираем то, которое соответствует начальному условию; при $V=V_k$ должно быть $z=0$:

$$Z(\tau) = 2r_k - \frac{2\sqrt{G}}{\sqrt{\rho'(T_{in})\pi V(\tau)}} \quad (20)$$

Решения (19) мы рассматриваем как функцию $z(V)$ и поскольку ищем $V(\tau)$, то в (20) записали z и V в функции от τ . Это позволяет нам, продифференцировав (20) получить дифференциальное уравнение для $V(\tau)$:

$$V(\tau) = \sqrt{\frac{G}{V^3(\tau) \cdot \rho'(T_{in}) \cdot \pi}} \cdot \frac{dV(\tau)}{d\tau} \quad (21)$$

Решением уравнения (21) будет функция:

$$V(t) = \frac{(2)^{2/3} V_k \cdot \sqrt[3]{G}}{\left(2\sqrt{G} - 3 \cdot \tau \sqrt{V_k^3 \rho'(T_{in}) \pi}\right)^{2/3}} \quad (22)$$

Теперь можем записать искомую функцию давления в зависимости от гидродинамического времени происхождения частицы сплошной среды вдоль оси z конфузора:

$$p_l(\tau_{h/dyn}) = p_s(T_{in}) + \frac{\rho'(T_{in}) \cdot V^2(\bar{z})}{2} - \frac{(2)^{4/3} V^2(\bar{z}) \sqrt[3]{G^2} \cdot \rho'(T_{in})}{2 \left(2\sqrt{G} - 3 \cdot \tau_{h/dyn} \sqrt{V^3(\bar{z}) \cdot \rho'(T_{in}) \pi}\right)^{4/3}} \quad (23)$$

Функция (23) описывает понижение давления во времени после достижения в сечении конфузора с координатой \bar{z} давления равного $p_s(T_{in})$, $p_s(383 \text{ °K}) = 143260 \text{ Па} \approx 1,43 \cdot 10^5 \text{ Па}$ [3]. В (23) учтено, что в вычислениях (18)–(22) для получения $p_l(\tau_{h/dyn})$ после прохождения частицами сплошной среды точки \bar{z} начальное условие по скорости должно браться $V(\bar{z})$.

Используя (23) можем записать уравнение (11) выражающее содержание алгоритма, в явном виде для расчётов применительно к соплу на рисунке 1:

$$\tau_{lv} = \frac{2 \cdot \sigma(T_{in}) \cdot \varepsilon(T_{in}) \sqrt{Ic}}{3 \cdot \sqrt{6D} \left[\frac{(2)^{4/3} V^2(\bar{z})^3 \sqrt{G^2} \cdot \rho'(T_{in})}{2 \left(2\sqrt{G} - 3 \cdot \tau_{lv} \sqrt{V^3(\bar{z}) \cdot \rho'(T_{in}) \pi} \right)^{4/3}} - \frac{\rho'(T_{in}) V^2(\bar{z})}{2} \right]} \quad (24)$$

В уравнении (24) $V(\bar{z})$ – скорость воды в конфузоре в сечении с координатой \bar{z} . Совместный расчёт по уравнениям (15) и (13) даёт $\bar{z}=6,8$ мм, $V(\bar{z})=22,57$ м/с. Аналитическая структура уравнения (24) относительно τ следующая:

$$\tau_{lv} = \frac{a}{\frac{b}{(2\sqrt{G} - c \cdot \tau_{lv})^{4/3}} - d}, \quad (25)$$

где постоянные $a=0,30108$ Па·с; $b=2638072,98$ Па·(кг/с)^{2/3}; $c=17568,9$ (кг/с³)^{1/2}; $d=241967,3$ Па посчитаны исходя из значений заданных величин.

Решая (25) методом последовательных приближений получаем $\tau_{lv}=1,724 \cdot 10^{-5}$ с. Зная τ по уравнению (9) вычисляем $p_s(T_{in}) - p_l = \Delta p_l = 17464$ Па $\approx 0,17 \cdot 10^5$ Па. По уравнению (5) определяем радиус микропузырьков-зародышей $R_{lv} = 6,5$ мкм. По кривой фазового равновесия между водой и паром [3] перепаду давлений $\Delta p_l = 0,17 \cdot 10^5$ Па от точки $T_{in} = 383$ °К соответствует перепад температур $\Delta T = 4$ °К. Эта величина соответствует перепаду температур $(\Delta T)_m$ между фазами в минимальном сечении сопла в соответствии с адиабатным расширением пузырька после рэлеевской стадии вскипания (п.6).

Полученное теоретическим путем время $1,7 \cdot 10^{-5}$ с образования зародышей (в условиях расчётного примера) коррелирует с экспериментально определенным необходимым временем порядка 10^{-5} с [11] нахождения воды в области пониженного давления ($p_l < p_s(T_{in})$) для того, чтобы осуществился процесс кавитации (вскипания).

8. Выводы и направления дальнейших исследований.

1. Получена зависимость (9) для оценки среднего времени образования микропузырьков – зародышей при вскипании и на его основе произведена сопоставительная оценка кинетической устойчивости жидкой и паровой фаз.

2. На основе гипотезы относительно временных характеристик процесса зародышеобразования, предложен алгоритм для определения неравновесности термодинамических параметров $(\Delta T)_m$ и $(\Delta p)_l$ между фазами при вскипании на стадии зародышеобразования.

3. Выполнены численные расчёты, которые согласуются с экспериментальными данными.

4. Значения перепада температур $(\Delta T)_m$ в минимальном сечении сопла, которые рассчитываются по предложенному алгоритму, необходимо брать в качестве граничного условия для задачи расчёта температурной неравновесности между фазами на всём диффузорном участке сопла. Решение этой задачи позволит построить профиль сопла оптимальный с точки зрения достижения ми-

нимальной температурной неравновесности в выходном сечении. Это важно для достижения максимальной энергетической эффективности установки с ГПТ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вскипающие адиабатные потоки [Текст] / В.А. Зысин, Г.И. Баранов, В.А. Барилевич, Т.Н. Парфенова. – М.: Атомиздат, 1976. -152с.
2. Булат, А.Ф. Научно-технические основы создания шахтных когенерационных энергетических комплексов [Текст] / А.Ф. Булат, И.Ф. Чемерис. – К.: Наук. думка, 2006. – 176с.
3. Ривкин, С.Л. Теплофизические свойства воды и водяного пара [Текст]/ С.Л. Ривкин, А.А. Александров.- М.:Энергия,1980.-424с.
4. Френкель, Я.И. Кинетическая теория жидкостей [Текст]/ Я.И. Френкель. –Л.:Наука, Ленингр. отд.,1975. - 592с.
5. Присняков, В.Ф. Кипение [Текст]/ В.Ф. Присняков. –К.: Наук. думка, 1988. -240 с.
6. Нигматулин, Р.И.. Динамика многофазных сред. ч.1 [Текст]/ Р.И. Нигматулин. –М.:Наука, 1987. - 464с.
7. Лифшиц, Е.М. Физическая кинетика [Текст]/ Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – М.:Наука, 1979. – 528с.
8. Стернин, Л.Е. Основы гидродинамики двухфазных течений в соплах [Текст]/ Л.Е. Стернин. – М.:Машиностроение, 1974. -212с.
9. Brennen, C. Cavitation and Bubbles Dynamics [Text]/ C. Brennen. – Oxford: University Press, 1995 - 326 p.
10. Зацепина, Г.Н. Физические свойства и структура воды [Текст]/ Г.Н. Зацепина. -3-е изд., перераб. –М.: Изд-во МГУ, 1998. -184с.
11. Пилипенко, В.В. Кавитационные автоколебания [Текст]/ В.В. Пилипенко. –К.: Наук. думка, 1989. -316 с.